Домашняя контрольная работа

Указания к выполнению работы

Для успешного выполнения контрольной работы по теме «*Тригонометрические выражения. Тригонометрические уравнения*» необходимо рассмотреть следующие типовые задачи:

Пример 1. Вычислите:

a) $\arccos\frac{1}{2}$; c) $\operatorname{arctg}(-1)$;

b) $\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)$; d) $\operatorname{arcctg}\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

Решение.

a) Пусть $\arccos\frac{1}{2} = \alpha$. Тогда $\cos\alpha = \frac{1}{2}$ и $\alpha \in [0;\pi]$. Значит, $\alpha = \frac{\pi}{3}$, так как $\cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$ и $\frac{\pi}{3} \in [0;\pi]$.

b) Используем свойство нечётности обратной тригонометрической функции $\arcsin x$:

$$\boxed{\arcsin(-x) = -\arcsin x}$$

$\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right) = -\arcsin\frac{1}{2} = -\frac{\pi}{6}$.

c) Используем свойство нечётности обратной тригонометрической функции $\operatorname{arctg} x$:

$$\boxed{\operatorname{arctg}(-x) = -\operatorname{arctg} x}$$

$\operatorname{arctg}(-1) = -\operatorname{arctg}1 = -\frac{\pi}{4}$.

d) Используем свойство обратной тригонометрической функции:

$$\boxed{\operatorname{arcctg}(-x) = \pi - \operatorname{arcctg} x}$$

$\operatorname{arcctg}\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = \pi - \operatorname{arcctg}\frac{\sqrt{3}}{3} = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$.

Ответ: a) $\frac{\pi}{3}$; b) $-\frac{\pi}{6}$; c) $-\frac{\pi}{4}$; d) $\frac{2\pi}{3}$.

Пример 2. Решите простейшее тригонометрическое уравнение $\sin\left(-\frac{x}{3}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Решение. Воспользуемся общей формулой для решения уравнения и нечётностью функции $\sin x$:

$$\boxed{\begin{gathered}\sin x = a\,,\\ x = (-1)^n \cdot \arcsin a + \pi n,\ n \in Z\end{gathered}}$$

$$\boxed{\sin(-x) = -\sin x}$$

$$\sin\left(-\frac{x}{3}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$-\sin\frac{x}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin\frac{x}{2} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{x}{2} = (-1)^n \cdot \arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \pi n,\ n \in Z$$

$$\frac{x}{2} = (-1)^{n+1} \cdot \arcsin\frac{\sqrt{2}}{2} + \pi n,\ n \in Z$$

$$\frac{x}{2} = (-1)^{n+1} \cdot \frac{\pi}{4} + \pi n,\ n \in Z$$

Умножим левую и правую части уравнения на 2, получим

$$x = (-1)^{n+1} \cdot \frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in Z$$

Ответ: $(-1)^{n+1} \cdot \frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in Z$.

Пример 3. Укажите выражения, имеющие смысл:

a) $\arccos\frac{\sqrt{8}}{3}$; b) $\operatorname{arcctg} 48$; c) $\arcsin\left(\sqrt{5}-6\right)^2$.

Решение.

a) $\arccos\frac{\sqrt{8}}{3}$

Известно, что функция $\arccos x$ имеет значение, если $x \in [-1; 1]$.В нашем случае, $x = \frac{\sqrt{8}}{3}$, а $\frac{\sqrt{8}}{3} < 1$. Следовательно, $\arccos\frac{\sqrt{8}}{3}$ имеет смысл.

b) arcctg48

Известно, что функция arcctg$x$ имеет значение, если $x \in [-\infty; +\infty]$, то есть x может принимать любые значения. Следовательно, arcctg48 имеет смысл.

c) $\arcsin\left(\sqrt{5}-6\right)^2$

Известно, что функция arcsin$x$ имеет значение, если $x \in [-1; 1]$.В нашем случае, $x = \left(\sqrt{5}-6\right)^2$, а $\left(\sqrt{5}-6\right)^2 > 1$. Следовательно, $\arcsin\left(\sqrt{5}-6\right)^2$ не имеет смысл.

Ответ: a) $\arccos\frac{\sqrt{8}}{3}$; b) arcctg48.

Пример 4. Найдите значение $\sin x$, если $\sin(15\pi + x) = -0{,}13$.

Решение.

Используя формулы приведения в левой части выражения, получим

$$\sin(15\pi + x) = -0{,}13$$

$$\sin(\pi + x) = -0{,}13$$

$$-\sin x = -0{,}13$$

Значит, $\sin x = 0{,}13$.

Ответ: 0,13.

Пример 5. Что меньше? (выберите самый маленький угол)

a) $\frac{7\pi}{3}$; b) $\frac{2\pi}{9}$; c) $\frac{11\pi}{36}$

Решение.

Приведём каждую дробь к знаменателю 36.

a) $\frac{7\pi}{3} = \frac{7\cdot 12\pi}{3\cdot 12} = \frac{84\pi}{36}$; b) $\frac{2\pi}{9} = \frac{2\cdot 6\pi}{9\cdot 6} = \frac{12\pi}{36}$; c) $\frac{11\pi}{36}$.

Сравнив числители дробей, увидим, что самый маленький угол $\frac{11\pi}{36}$.

Ответ: $\frac{11\pi}{36}$.

Пример 6. Укажите значение угла 186^0 в радианах.

Решение.

Для перевода градусной меры угла в радианную используем формулу: $\boxed{\alpha = \frac{\pi \cdot n^0}{180^0}}$.

$\alpha = \frac{\pi \cdot 186^0}{180^0} = \frac{31\pi}{30}$.

Ответ: $\frac{31\pi}{30}$.

Пример 7. Найдите $\sin\alpha$ и $\cos\alpha$, если $\text{ctg}\alpha = -\frac{3}{4}$, если $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

Решение.

1) $1 + \text{ctg}^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha} \;\Rightarrow\; 1 + \left(-\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{1}{\sin^2\alpha} \;\Rightarrow\; \frac{1}{\sin^2\alpha} = \frac{25}{16} \;\Rightarrow\; \sin\alpha = \underset{\text{II ч.}}{\pm}\sqrt{\frac{16}{25}}$.

Поставим знак «+», так как α находится во II четверти, получим $\sin\alpha = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$.

2) $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \;\Rightarrow\; \cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha \;\Rightarrow\; \cos\alpha = \underset{\text{II ч.}}{\pm}\sqrt{1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2}$.

Поставим знак «-», так как α находится во II четверти, получим $\cos\alpha = -\sqrt{\frac{9}{25}} = -\frac{3}{5}$.

Ответ: $\sin\alpha = \frac{4}{5}$; $\cos\alpha = -\frac{3}{5}$.

Пример 8. Найдите $\cos(\alpha - \beta)$, если $\sin\beta = -\frac{12}{13}$; $\beta \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$, $\cos\alpha = -0{,}8$;
$\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

Решение.

1) $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta + \sin\alpha \cdot \sin\beta$

$\cos(\alpha - \beta) = -0{,}8 \cdot \cos\beta + \sin\alpha \cdot \left(-\frac{12}{13}\right)$

2) $\sin^2\beta + \cos^2\beta = 1 \;\Rightarrow\; \cos^2\beta = 1 - \sin^2\beta \;\Rightarrow\; \cos\beta = \underset{\text{III ч.}}{\pm}\sqrt{1 - \sin^2\beta}$

Поставим знак «-», так как α находится во III четверти, получим

$\cos\beta = -\sqrt{1-\left(-\frac{12}{13}\right)^2} = -\sqrt{1-\frac{144}{169}} = -\frac{5}{13}$.

3) $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \;\Rightarrow\; \sin^2\alpha = 1-\cos^2\alpha \;\Rightarrow\; \sin\alpha = \underset{\text{II ч.}}{\pm}\sqrt{1-\cos^2\alpha}$.

Поставим знак «+», так как α находится во II четверти, получим

$\sin\alpha = \sqrt{1-(-0{,}8)^2} = \sqrt{1-0{,}64} = \sqrt{0{,}36} = 0{,}6$.

4) $\cos(\alpha-\beta) = -0{,}8\cdot\left(-\frac{5}{13}\right) + 0{,}6\cdot\left(-\frac{12}{13}\right) = \frac{8\cdot 5}{10\cdot 13} - \frac{6\cdot 12}{10\cdot 13} = \frac{40-72}{130} = -\frac{32}{130} = -\frac{16}{65}$

Ответ: $-\frac{16}{65}$.

Пример 9. Вычислите:

$$\frac{\mathrm{ctg}315^0 - 6\sin 510^0}{\sin^2 19^0 + \sin^2(-71^0)}$$

Решение.

$$\frac{\mathrm{ctg}315^0 - 6\sin 510^0}{\sin^2 19^0 + \sin^2(-71^0)} = \frac{\mathrm{ctg}(360^0-45^0) - 6\cdot\sin(360^0+150^0)}{\sin^2 19^0 + \sin^2(90^0-19^0)} =$$

$$= \frac{-\mathrm{ctg}45^0 - 6\cdot\sin 150^0}{\sin^2 19^0 + \cos^2 19^0} = \frac{-1-6\cdot\sin(180^0-30^0)}{1} = -1-6\cdot\sin 30^0 =$$

$= -1 - 6\cdot\frac{1}{2} = -4$.

Ответ: -4.

Пример 10. Решите уравнения: а) $3\cos^2 x + 7\sin x - 5 = 0$;

b) $\cos\frac{2x}{5} - 5\sin\frac{x}{5} + 2 = 0$.

Решение.

а) $3\cos^2 x + 7\sin x - 5 = 0$

Используем основное тригонометрическое тождество: $\boxed{\sin^2 x + \cos^2 x = 1}$. Из данной формулы получим $\boxed{\cos^2 x = 1-\sin^2 x}$.

$$3\cdot(1-\sin^2 x) + 7\sin x - 5 = 0$$

$$3 - 3\sin^2 x + 7\sin x - 5 = 0$$

$$-3\sin^2 x + 7\sin x - 2 = 0 \qquad | \cdot (-1)$$

$$3\sin^2 x - 7\sin x + 2 = 0$$

Замена переменной: $\sin x = t, \quad t \in [-1; 1]$

$$3\,t^2 - 7t + 2 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = (-7)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 49 - 24 = 25 = 5^2$$

$$t_{1;2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$t_1 = \frac{7+5}{6} = \frac{12}{6} = 2$ (не подходит); $\quad t_2 = \frac{7-5}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

Вернёмся к переменной x:

$$\sin x = \frac{1}{3}$$

$$x = (-1)^n \cdot \arcsin\frac{1}{3} + \pi n, n \in Z$$

b) $\cos\frac{2x}{5} - 5\sin\frac{x}{5} + 2 = 0$

При решении уравнения будем использовать формулы двойного угла:

$$\boxed{\cos 2x = 2\cos^2 x - 1 = 1 - 2\sin^2 x}$$

Так как данное уравнение содержит $\sin\frac{x}{5}$, то $\cos\left(2 \cdot \frac{x}{5}\right) = 1 - 2\sin^2\frac{x}{5}$. Получим

$$1 - 2\sin^2\frac{x}{5} - 5\sin\frac{x}{5} + 2 = 0$$

$$-2\sin^2\frac{x}{5} - 5\sin\frac{x}{5} + 3 = 0$$

$$2\sin^2\frac{x}{5} + 5\sin\frac{x}{5} - 3 = 0$$

Замена переменной: $\sin\frac{x}{5} = t, \quad t \in [-1; 1]$

$$2\,t^2 + 5t - 3 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 5^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-3) = 25 + 24 = 49 = 7^2$$

$$t_{1;2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$t_1=\frac{-5+7}{4}=\frac{1}{2};\qquad t_2=\frac{-5-7}{4}=\frac{-12}{4}=-3$$ (не подходит)

Вернёмся к переменной x:

$$\sin\frac{x}{5}=\frac{1}{2}$$

$$\frac{x}{5}=(-1)^n\cdot\arcsin\frac{1}{2}+\pi n, n\in Z$$

$$\frac{x}{5}=(-1)^n\cdot\frac{\pi}{6}+\pi n, n\in Z$$

$$x=(-1)^n\cdot\frac{5\pi}{6}+5\pi n, n\in Z$$

Ответ: a) $(-1)^n\cdot\arcsin\frac{1}{3}+\pi n, n\in Z$; b) $(-1)^n\cdot\frac{5\pi}{6}+5\pi n, n\in Z$

Пример 11. Решите уравнения: a) $3\sin^2\frac{x}{3}-\sqrt{3}\sin\frac{x}{3}\cdot\cos\frac{x}{3}+4\cos^2\frac{x}{3}=3$;

b) $\cos 10x-\cos 2x=\sin 4x$.

Решение.

a) $3\sin^2\frac{x}{3}-\sqrt{3}\sin\frac{x}{3}\cdot\cos\frac{x}{3}+4\cos^2\frac{x}{3}=3$

$$3\sin^2\frac{x}{3}-\sqrt{3}\sin\frac{x}{3}\cdot\cos\frac{x}{3}+4\cos^2\frac{x}{3}=3\cdot 1$$

$$3\sin^2\frac{x}{3}-\sqrt{3}\sin\frac{x}{3}\cdot\cos\frac{x}{3}+4\cos^2\frac{x}{3}=3\cdot\left(\sin^2\frac{x}{2}+\cos^2\frac{x}{2}\right)$$

$$3\sin^2\frac{x}{3}-\sqrt{3}\sin\frac{x}{3}\cdot\cos\frac{x}{3}+4\cos^2\frac{x}{3}-3\sin^2\frac{x}{2}-3\cos^2\frac{x}{2}=0$$

$$\cos^2\frac{x}{2}-\sqrt{3}\sin\frac{x}{3}\cdot\cos\frac{x}{3}=0$$

$$\cos^2\frac{x}{2}-\sqrt{3}\sin\frac{x}{3}\cdot\cos\frac{x}{3}=0$$

$$\cos\frac{x}{2}\left(\cos\frac{x}{2}-\sqrt{3}\sin\frac{x}{2}\right)=0$$

$\cos\frac{x}{2}=0$ - частный случай

$\frac{x}{2}=\frac{\pi}{2}+\pi n, n\in Z$

$x_1=\pi+2\pi n,\ n\in Z$

или

$\cos\frac{x}{2}-\sqrt{3}\sin\frac{x}{2}$=0 – *однородное тригонометрическое уравнение первой степени*

$\frac{\cos\frac{x}{2}}{\sin\frac{x}{2}}-\sqrt{3}\frac{\sin\frac{x}{2}}{\sin\frac{x}{2}}=\frac{0}{\sin\frac{x}{2}}$ $\sin\frac{x}{2}\neq 0$

$\text{tg}x-\sqrt{3}=0$

$\text{tg}x=\sqrt{3}$

$$x = \operatorname{arctg}\sqrt{3} + \pi k, k \in Z$$
$$x_2 = \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in Z$$

Ответ: а) $x_1 = \pi + 2\pi n, n \in Z$; $x_2 = \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in Z$.

b) $\cos 10x - \cos 2x = \sin 4x$

При решении уравнения воспользуемся формулами «Преобразования суммы тригонометрических функций в произведение»:

$$\boxed{\cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\cdot\sin\frac{x-y}{2}}$$

$$-2\sin\frac{10x+2x}{2}\cdot\sin\frac{10x-2x}{2} = \sin 4x$$

$$-2\sin 6x\cdot\sin 4x = \sin 4x$$

$$\sin 4x + 2\sin 6x\cdot\sin 4x = 0$$

$$\sin 4x\cdot(1 + 2\sin 6x) = 0$$

$\sin 4\mathrm{x} = 0$ - частный случай *или* $1 + 2\sin 6x = 0$

$4x = \pi n, n \in Z$

$x_1 = \frac{\pi n}{4}, n \in Z$

$$2\sin 6x = -1$$
$$\sin 6x = -\frac{1}{2}$$
$$6x = (-1)^n\cdot\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right) + \pi k, k \in Z$$
$$6x = (-1)^{n+1}\cdot\frac{\pi}{6} + \pi k, k \in Z$$
$$x_2 = (-1)^{n+1}\cdot\frac{\pi}{36} + \frac{\pi k}{6}, k \in Z$$

Ответ: а) $x_1 = \frac{\pi n}{4}, n \in Z$; $x_2 = (-1)^{n+1}\cdot\frac{\pi}{36} + \frac{\pi k}{6}, k \in Z$.

Вариант 1	**Вариант 2**
№1. 1. Укажите значение $\operatorname{arctg}\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$	**№1.** 1. Укажите значение $\operatorname{arcctg}(-1)$
2. Найдите решение уравнения: $sin20x = 1$	2. Найдите решение уравнения: $cos20x = 1$
3. Укажите выражения, имеющие смысл: $\arccos\left(\frac{\sqrt{7}}{3}\right)$; $\operatorname{arctg}15$; $\arcsin\left(\sqrt{3}-1\right)^2$	3. Укажите выражения, имеющие смысл: $\arcsin\left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)$; $\operatorname{arcctg}5$; $\arccos\left(\sqrt{2}-1\right)^2$
4. Найдите значение $cosx$, если $cos(3\pi - x) = -0{,}6$	4. Найдите значение $sinx$, если $sin(5\pi - x) = 0{,}8$
5. Что больше? (выберите самый большой угол) a) $\frac{17\pi}{6}$; b) $\frac{\pi}{15}$; c) $\frac{13\pi}{4}$	5. Что меньше? (выберите самый маленький угол) a) $\frac{15\pi}{4}$; b) $\frac{\pi}{5}$; c) $\frac{13\pi}{6}$
6. Укажите значение угла 138^0 в радианах	6. Укажите значение угла 75^0 в радианах
№2. 1. Найдите $tg\alpha$ и $\sin\alpha$, если $cos\alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$ и $\alpha \in \left(\frac{3}{2}\pi; 2\pi\right)$	**№2.** 1. Найдите $ctg\alpha$ и $\cos\alpha$, если $sin\alpha = -\frac{\sqrt{7}}{4}$ и $\alpha \in \left(\frac{3}{2}\pi; 2\pi\right)$
2. Найдите $sin\alpha$, если $tg\alpha = -\sqrt{27}$ и $\alpha \in \left(\frac{3}{2}\pi; 2\pi\right)$.	2. Найдите $cos\alpha$, если $ctg\alpha = -\sqrt{8}$ и $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.
3. Найдите $\cos(\alpha+\beta)$, если $cos\alpha = \frac{3}{5}$; $sin\beta = \frac{7}{25}$; $\beta \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$; $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$.	3. Найдите $\sin(\alpha+\beta)$, если $cos\alpha = -\frac{4}{5}$; $sin\beta = \frac{7}{25}$; $\alpha,\beta \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$
№3. 1. Вычислите: $\frac{\cos(-288^0)\cdot \operatorname{ctg}72^0}{\operatorname{tg}(-162^0)\cdot \sin 108^0} - \operatorname{tg}18^0$	**№3.** 1. Вычислите: $\frac{\sin(-234^0) - \cos 216^0}{\sin 504^0 - \cos 126^0}\cdot \operatorname{tg}36^0$
2. Упростите: $\frac{\cos(6\pi-\alpha)\cdot \operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)\cdot \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)}{\sin(\pi-\alpha)\cdot \operatorname{ctg}(\pi+\alpha)}$	2. Упростите: $\frac{\sin(2\pi-\alpha)\cdot \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)\cdot \operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)}{\cos(2\pi+\alpha)\cdot \operatorname{tg}(\pi+\alpha)}$
№4. Решить уравнения: a) $2\sin^2 x + 3\cos x = 0$ b) $11\sin 3x - 5 = \cos 6x$ **№5.** Решить уравнения: a) $7\sin^2 x + 8\sin x\cdot\cos x = 15\cos^2 x$ b) $\sin 5x - \sin 3x + \sin x = 0$	**№4.** Решить уравнения: a) $4\sin^2 x - 5\cos x - 4 = 0$ b) $5\sin 3x + 3 = \cos 6x$ **№5.** Решить уравнения: a) $11\sin^2 x + 6\sin x\cdot\cos x = 5\cos^2 x$ b) $\cos 5x - \cos 3x + \sin x = 0$

Вариант 3	**Вариант 4**
№1. 1. Укажите значение $\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$	**№1.** 1. Укажите значение $\mathrm{arcctg}\left(-\sqrt{3}\right)$
2. Найти решение уравнения: $sin0,5x=-1$	2. Найти решение уравнения: $cos2x=1$
3. Укажите выражения, имеющие смысл: $\arccos\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)$; $\mathrm{arctg}25$; $\arcsin\left(1-\sqrt{3}\right)^2$	3. Укажите выражения, имеющие смысл: $\arcsin\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)$; $\mathrm{arcctg}25$; $\arccos\left(2-\sqrt{3}\right)^2$
4. Найдите значение $cosx$, если $sin(3\pi-x)=0,6$	4. Найдите значение $sinx$, если $sin(5\pi+x)=-0,8$
5. Что больше? (выберите самый большой угол) a) $\frac{11\pi}{6}$; b) $\frac{\pi}{15}$; c) $\frac{15\pi}{4}$	5. Что меньше? (выберите самый маленький угол) a) $\frac{15\pi}{6}$; b) $\frac{\pi}{9}$; c) $\frac{13\pi}{4}$
6. Укажите значение угла 112^0 в радианах	6. Укажите значение угла 95^0 в радианах
№2. 1. Найдите $tg\alpha$ и $\sin\alpha$, если $cos\alpha=-0,8$; если $\alpha\in\left(\pi;\frac{3\pi}{2}\right)$	**№2.** 1. Найдите $cos\alpha$ и $\sin\alpha$, если $tg\alpha=-\frac{4}{3}$; $\alpha\in\left(\frac{\pi}{2};\pi\right)$.
2. Найдите $cos\alpha$, если $ctg\alpha=-\sqrt{63}$ и $\alpha\in\left(\frac{\pi}{2};\pi\right)$	2. Найдите $sin\alpha$, если $tg\alpha=-\sqrt{24}$ и $\alpha\in\left(\frac{3}{2}\pi;2\pi\right)$.
3. Найдите $\cos(\alpha+\beta)$, если $cos\,\alpha=\frac{1}{2}$, $\sin\beta=-\frac{1}{2}$ и $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$; $\pi<\beta<\frac{3\pi}{2}$	3. Найдите $\cos(\alpha-\beta)$, если $sin\,\alpha=-\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos\beta=-\frac{1}{2}$ и $\frac{3\pi}{2}<\alpha<2\pi$; $\pi<\beta<\frac{3\pi}{2}$
№3. 1. Вычислите: $\frac{12\cos198^0+4\sin252^0}{3\sin(-468^0)+\cos(-18^0)}$	**№3.** 1. Вычислите: $\frac{15\sin422^0-\cos208^0}{5\cos(-602^0)+\sin152^0}\cdot\mathrm{tg}28^0$
2. Упростите: $\frac{\sin(2\pi-\alpha)\sin(\alpha-\pi)\cos(\alpha-2\pi)}{\cos(2\pi-\alpha)\,\mathrm{ctg}(\pi-\alpha)\mathrm{tg}(3\pi-\alpha)}$	2. Упростите: $\frac{\sin(\pi-\alpha)\cos(\pi+\alpha)\,tg(-\alpha)}{\sin\left(\alpha-\frac{3\pi}{2}\right)\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)ctg\left(\alpha+\frac{3\pi}{2}\right.}$
№4. Решить уравнения: a) $2\cos^2x+3\sin x=0$ b) $3\cos\frac{x}{2}+20cos\frac{x}{4}+9=0$ **№5.** Решить уравнения: a) $\sin^2x+5\sin x\cdot\cos x+2\cos^2x=-1$ b) $sin4x+sinx=sin3x+\sin2x$	**№4.** Решить уравнения: a) $4cos^2x+4sinx-1=0$ b) $\cos\frac{x}{3}-10\sin\frac{x}{6}=5$ **№5.** Решить уравнения: a) $3\sin^2x+3\sin x\cdot\cos x+2\cos^2x=1$ b) $cos4x+cosx=cos3x+\cos2x$

Вариант 5	Вариант 6
№1. 1. Укажите значение $\mathrm{arctg}(-1)$	**№1.** 1. Укажите значение $\arccos\left(-\frac{1}{2}\right)$
2. Найдите решение уравнения: $\cos 3x = -\dfrac{1}{2}$	2. Найти решение уравнения: $\sin\dfrac{x}{2} = -1$
3. Укажите выражения, имеющие смысл: $(\arccos)\frac{\sqrt{5}}{3}$; $\mathrm{arctg}105$; $\arcsin\left(\sqrt{2}-3\right)^2$	3. Укажите выражения, имеющие смысл: $\arcsin\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)$; $\mathrm{arcctg}12$; $\arccos\left(\sqrt{3}-4\right)^2$
4. Найдите значение $sinx$, если $sin(3\pi - x) = 0{,}7$	4. Найдите значение $cosx$, если $cos(5\pi + x) = -0{,}6$
5. Что больше? (выберите самый большой угол) a) $\frac{15\pi}{6}$; b) $\frac{3\pi}{4}$; c) $\frac{17\pi}{3}$	5. Что меньше? (выберите самый маленький угол) a) $\frac{11\pi}{4}$; b) $\frac{\pi}{8}$; c) $\frac{17\pi}{6}$
6. Укажите значение угла 72^0 в радианах	6. Укажите значение угла 162^0 в радианах
№2. 1. Найдите $\sin\alpha$ и $\cos\alpha$, если $\mathrm{tg}\alpha = \frac{3}{4}$, если $\alpha \in \left(3\pi; \frac{7\pi}{2}\right)$	**№2.** 1. Найдите $\sin\alpha$ и $\cos\alpha$, если $\mathrm{ctg}\alpha = \frac{\sqrt{5}}{2}$, если $\alpha \in \left(8\pi; \frac{17\pi}{2}\right)$
2. Найдите $cos\alpha$, если $ctg\alpha = \sqrt{15}$ и $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$	2. Найдите $sin\alpha$, если $tg\alpha = -\sqrt{3}$ и $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$
3. Найти $\cos(\alpha+\beta)$, если $\cos\alpha = \frac{5}{13}$; $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$, $\cos\beta = -\frac{12}{13}$; $\beta \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$	3. Найти $\sin(\alpha-\beta)$, если $\sin\alpha = \frac{3}{5}$; $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$, $sin\beta = -\frac{4}{5}$; $\beta \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$
№3. 1. Вычислите: $\dfrac{2\cos 196^0 + 12\cos 164^0}{\cos 16^0}$	**№3.** 1. Вычислите: $\dfrac{2\sin 204^0 - 10\sin 156^0}{\sin(-24^0)}$
2. Упростите: $\dfrac{\sin\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)}{\mathrm{tg}(\pi+\alpha)} \cdot \dfrac{\mathrm{ctg}\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)}{\mathrm{tg}\left(\alpha-\frac{3\pi}{2}\right)}$	2. Упростите: $\dfrac{\sin(\pi+\alpha)}{\mathrm{tg}(\pi+\alpha)} \cdot \dfrac{\sin(2\pi+\alpha)}{\cos\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)}$
№4. Решить уравнения: a) $2\cos^2 x + \sin x = -1$ b) $2 - \cos 2x + 3\sin x = 0$ **№5.** Решить уравнения: a) $7\cos^2 2x + 5\sin 2x\cos 2x = 1$ b) $\sin x + \sin 3x = \cos x$	**№4.** Решить уравнения: a) $\sin^2 x + 3\cos x - 3 = 0$ b) $\cos 6x - \cos 3x - 2 = 0$ **№5.** Решить уравнения: a) $6\sin^2 x + \sin x\cos x - \cos^2 x = 2$ b) $\sin 5x - \sin 7x = \sin x$

Вариант 7	Вариант 8
№1. 1. Укажите значение $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$	**№1.** 1. Укажите значение $\arccos(-1)$
2. Найдите решение уравнения: $\operatorname{ctg}\frac{x}{2} = -1$	2. Найдите решение уравнения: $\operatorname{tg}(-4x) = \frac{1}{\sqrt{3}}$
3. Укажите выражения, имеющие смысл: $\arccos\left(\frac{\sqrt{7}}{3}\right)$; $\operatorname{arctg}125$; $\arcsin\left(3-\sqrt{5}\right)^2$	3. Укажите выражения, имеющие смысл: $\arccos\left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)$; $\operatorname{arctg}17$; $\arcsin\left(\sqrt{3}-5\right)^2$
4. Найдите значение $cosx$, если $cos(11\pi - x) = -0{,}8$	4. Найдите значение $\sin x$, если $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = -0{,}6$
5. Что больше? (выберите самый большой угол) a) $\frac{3\pi}{2}$; b) $\frac{\pi}{5}$; c) $\frac{4\pi}{30}$	5. Что меньше? (выберите самый маленький угол) a) $\frac{7\pi}{3}$; b) $\frac{2\pi}{9}$; c) $\frac{23\pi}{36}$
6. Укажите значение угла 63^0 в радианах	6. Укажите значение угла 168^0 в радианах
№2. 1. Найдите $\sin\alpha$ и $\cos\alpha$, если $\operatorname{tg}\alpha = 2$, если $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$	**№2.** 1. Найдите $\sin\alpha$ и $\cos\alpha$, если $c\operatorname{tg}\alpha = \frac{12}{5}$, если $\alpha \in \left(3\pi; \frac{7\pi}{2}\right)$
2. Найдите $\cos\alpha$, если $\operatorname{ctg}\alpha = -\sqrt{35}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$	2. Найдите $\cos\alpha$, если $\operatorname{tg}\alpha = -\sqrt{63}$ и $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$
3. Найдите $\cos(\alpha+\beta)$, если $\cos\alpha = \frac{1}{2}$; $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$, $\sin\beta = -\frac{1}{2}$; $\beta \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$	3. Найдите $\sin(\alpha+\beta)$, если $\sin\alpha = \frac{4}{5}$; $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$, $sin\beta = -\frac{15}{17}$; $\beta \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$
№3. 1. Вычислите: $\frac{4\sin 238^0 - 8\cos 148^0}{6\cos 122^0 + 4\sin 32^0} \cdot \operatorname{tg}(-32^0)$	**№3.** 1. Вычислите: $\frac{11\cos 287^0 - 25\sin 557^0}{\sin 17^0}$
2. Упростите: $\frac{\cos(2\pi+\alpha)}{\sin(5\pi-\alpha)} \cdot \frac{\operatorname{tg}(6\pi+\alpha)}{\sin\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right)}$	2. Упростите: $\frac{\sin(\pi-\alpha)}{\operatorname{tg}(2\pi+\alpha)} \cdot \frac{\cos\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)}$
№4. Решить уравнения: a) $3 + 9\cos x = 5\sin^2 x$ b) $\sin 2x - 2\cos x = 0$ **№5.** Решить уравнения: a) $3\sin^2 x - \sin x\cos x = 2$ b) $\sin 2x + \sin 6x = \cos 2x$	**№4.** Решить уравнения: a) $3\cos^2 x = 7(\sin x + 1)$ b) $13\sin 2x - \cos 4x + 7 = 0$ **№5.** Решить уравнения: a) $5\sin^2 x - 14\sin x\cos x - 3\cos^2 x = 2$ b) $\cos 5x + \cos 9x = -\sqrt{2}\cos 2x$

Вариант 9	Вариант 10
№1. 1. Укажите значение $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$	**№1.** 1. Укажите значение $\text{arctg}(-\sqrt{3})$
2. Найдите решение уравнения: $\cos\frac{x}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$	2. Найдите решение уравнения: $\sin\frac{x}{3} = -\frac{1}{2}$
3. Укажите выражения, имеющие смысл: $\arccos\left(\frac{\sqrt{10}}{4}\right)$; $\text{arcctg}225$; $\arcsin(10-\sqrt{11})^2$	3. Укажите выражения, имеющие смысл: $\arccos\left(\frac{\sqrt{7}}{4}\right)$; $\text{arctg}71$; $\arcsin(\sqrt{2}-3)^2$
4. Найдите значение $cosx$, если $\sin\left(\frac{3\pi}{2}+x\right) = -0{,}24$	4. Найдите значение $\sin x$, если $\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right) = -0{,}64$
5. Что больше? (выберите самый большой угол) a) $\frac{7\pi}{6}$; b) $\frac{\pi}{36}$; c) $\frac{17\pi}{12}$	5. Что меньше? (выберите самый маленький угол) a) $\frac{7\pi}{3}$; b) $\frac{4\pi}{15}$; c) $\frac{21\pi}{45}$
6. Укажите значение угла 144^0 в радианах	6. Укажите значение угла 156^0 в радианах
№2. 1. Найдите $\sin\alpha$ и $\cos\alpha$, если $\text{ctg}\alpha = \frac{7}{24}$, если $\alpha \in \left(2\pi; \frac{5\pi}{2}\right)$	**№2.** 1. Найдите $\sin\alpha$ и $\cos\alpha$, если $\text{ctg}\alpha = -\frac{8}{15}$, если $\alpha \in \left(\frac{5\pi}{2}; 3\pi\right)$
2. Найдите $\sin\alpha$, если $\text{ctg}\alpha = -\sqrt{24}$ и $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$	2. Найдите $\cos\alpha$, если $\text{tg}\alpha = -\sqrt{80}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$
3. Найдите $\cos(\alpha+\beta)$, если $\sin\alpha = \frac{9}{41}$; $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$, $\sin\beta = -\frac{40}{41}$; $\beta \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$	3. Найдите $\sin(\alpha-\beta)$, если $\sin\alpha = \frac{4}{5}$; $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$, $\cos\beta = -\frac{15}{17}$; $\beta \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$
№3. 1. Вычислите: $\frac{13\sin 469^0 - 8\cos 341^0}{\cos 19^0}$	**№3.** 1. Вычислите: $\frac{22\cos 291^0 - 6\sin 561^0 + \cos 540^0}{\sin 21^0}$
2. Упростите: $\frac{\text{tg}(\pi-\alpha)}{\cos(\pi+\alpha)} \cdot \frac{\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)}{\text{tg}\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)}$	2. Упростите: $\frac{\sin(\pi+\alpha)}{\text{tg}(\pi+\alpha)} \cdot \frac{\sin(2\pi+\alpha)}{\cos\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)}$
№4. Решите уравнения: a) $2\sin^2 x - 2\cos x = \frac{5}{2}$ b) $\cos 2x + 3\sin x = 1$ **№5.** Решите уравнения: a) $2\cos^2 x - \sin x\cos x + 5\sin^2 x = 3$ b) $\sin 2x + \sin 6x + 5\sin 4x = 0$	**№4.** Решите уравнения: a) $2\cos^2 x + 2\sin x = 2{,}5$ b) $\cos 2x = 11\sin x - 5$ **№5.** Решите уравнения: a) $2\sin^2 x - 3\sin x\cos x + 4\cos^2 x = 4$ b) $\cos x + \cos 5x = \cos 3x + \cos 10x$